

Ejercicios de Análisis Matemático

Números complejos

1. Supuesto que $z = x + iy$ es un número complejo, calcula la parte real e imaginaria del número

$$w = \frac{z + i}{z - i}.$$

2. Calcula: a) $|(-1 + i)^9(2 - i)|$ b) $\left| \frac{5 - \sqrt{3}i}{\sqrt{2} - i(\sqrt{5} + 1)} \right|.$

3. Calcula los números complejos $z = x + iy$ tales que el número $w = \frac{2z - 1}{z - 2}$ es:

- a) Un número real.
- b) Un número imaginario puro.
- c) Un número de módulo 1.

4. Expresa los siguientes números en forma cartesiana:

a) $(-1 + i\sqrt{3})^{11}$ b) $\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^6$ c) $(-\sqrt{3} + i)^{13}$

5. Calcula todas las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $z^4 = i$ b) $z^3 = -1 + i\sqrt{3}$ c) $z^4 - i\sqrt{3}z^2 - 1 = 0$

6. Haciendo uso de la fórmula de De Moivre prueba que $\cos 4\varphi = 8 \cos^4 \varphi - 8 \cos^2 \varphi + 1$.

Debes expresar las soluciones de forma exacta, sin usar decimales.

Para entregar el día 22/10/09.